Introducción a la Optimización Evolutiva Multiobjetivo

Carlos A. Coello Coello

CINVESTAV-IPN
Depto. de Ingeniería Eléctrica
Sección de Computación
Av. Instituto Politécnico Nacional No. 2508
Col. San Pedro Zacatenco
México, D. F. 07300, MEXICO
ccoello@cs.cinvestav.mx
http://www.cs.cinvestav.mx/~EVOCINV

Motivación

La mayor parte de los problemas de optimización del mundo real son naturalmente multiobjetivo. Esto es, suelen tener dos o más funciones objetivo que deben satisfacerse simultáneamente y que posiblemente están en conflicto entre sí. Sin embargo, a fin de simplificar su solución, muchos de estos problemas tienden a modelarse como mono-objetivo usando sólo una de las funciones originales y manejando las adicionales como restricciones.

Conceptos Básicos

El problema de optimización evolutiva multiobjetivo (OEM) general puede formularse como:

Encontrar el vector $\vec{x}^* = [x_1^*, x_2^*, \ldots, x_n^*]^T$ que satisfaga las m restricciones de desigualdad:

$$g_i(\vec{x}) \geq 0 \quad i = 1, 2, \ldots, m \tag{1}$$

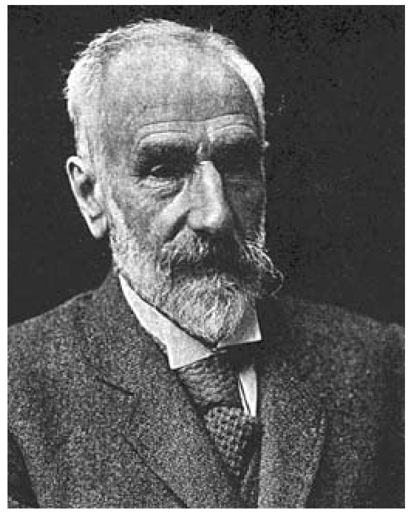
las p restricciones de igualdad

$$h_i(\vec{x}) = 0 \quad i = 1, 2, \ldots, p \tag{2}$$

y que optimice

$$\vec{f}(\vec{x}) = [f_1(\vec{x}), f_2(\vec{x}), \ldots, f_k(\vec{x})]^T \tag{3}$$

Optimo de Edgeworth-Pareto



La noción más aceptada de "óptimo" en el entorno de problemas multiobjetivo es la propuesta originalmente por Francis Ysidro Edgeworth en 1881 y generalizada posteriormente por Vilfredo Pareto en 1896.

Optimo de Edgeworth-Pareto

Algunos autores la llaman *óptimo de Edgeworth-Pareto*, pero es más común denominarla simplemente *óptimo de Pareto*.

Optimalidad de Pareto

Decimos que un punto $\vec{x}^* \in \Omega$ es un **óptimo de Pareto** si para toda $\vec{x} \in \Omega$ e $I = \{1, 2, \ldots, k\}$ ya sea,

$$\forall_{i \in I}(f_i(\vec{x}) = f_i(\vec{x}^*)) \tag{4}$$

o hay al menos una $i \in I$ tal que

$$f_i(\vec{x}) > f_i(\vec{x}^*) \tag{5}$$

Dominancia de Pareto

Un vector $\vec{u} = (u_1, \ldots, u_k)$ **domina** a otro $\vec{v} = (v_1, \ldots, v_k)$ (denotado mediante $\vec{u} \preceq \vec{v}$) si y sólo si u es parcialmente menor a v, i.e., $\forall i \in \{1, \ldots, k\},\ u_i \leq v_i \wedge \exists i \in \{1, \ldots, k\} : u_i < v_i$.

Conjunto de Óptimos de Pareto

Para un problema multiobjetivo dado $\vec{f}(x)$, el conjunto de óptimos de Pareto ($\mathcal{P}^*$) se define como:

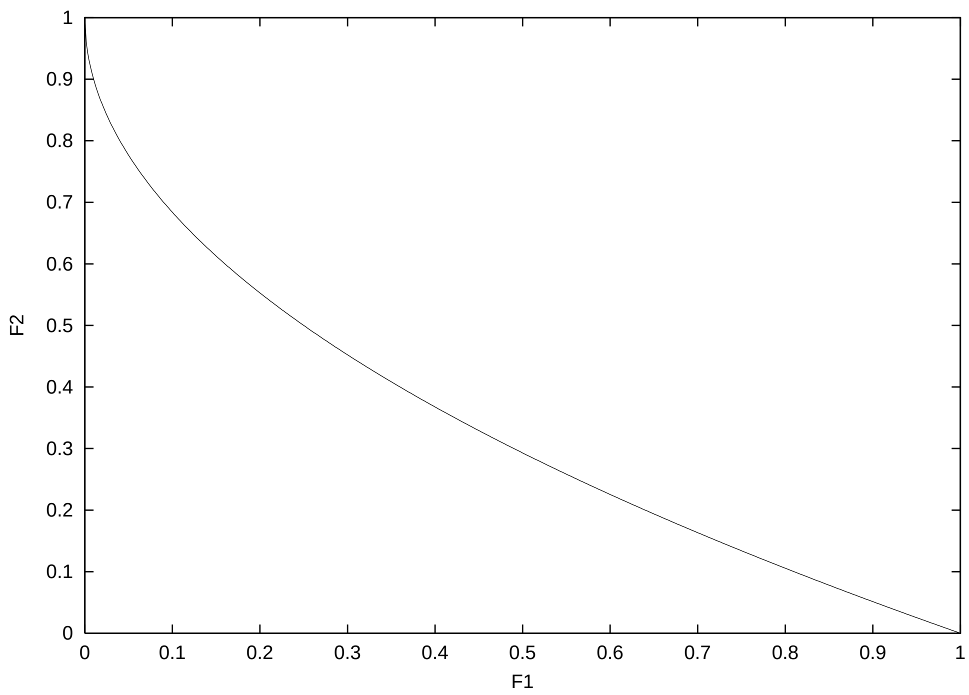
$$\mathcal{P}^* := \{x \in \Omega \mid \neg\exists\, x' \in \Omega \;\; \vec{f}(x') \preceq \vec{f}(x)\}. \tag{6}$$

Frente de Pareto

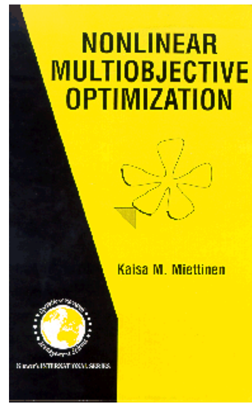
Para un problema multiobjetivo dado $\vec{f}(x)$ y un conjunto de óptimos de Pareto $\mathcal{P}^*$, el frente de Pareto ($\mathcal{PF}^*$) se define como:

$$\mathcal{PF}^* := \{\vec{u} = \vec{f} = (f_1(x), \ldots, f_k(x)) \mid x \in \mathcal{P}^*\}. \tag{7}$$

Ejemplo de un Frente de Pareto



Estado Actual



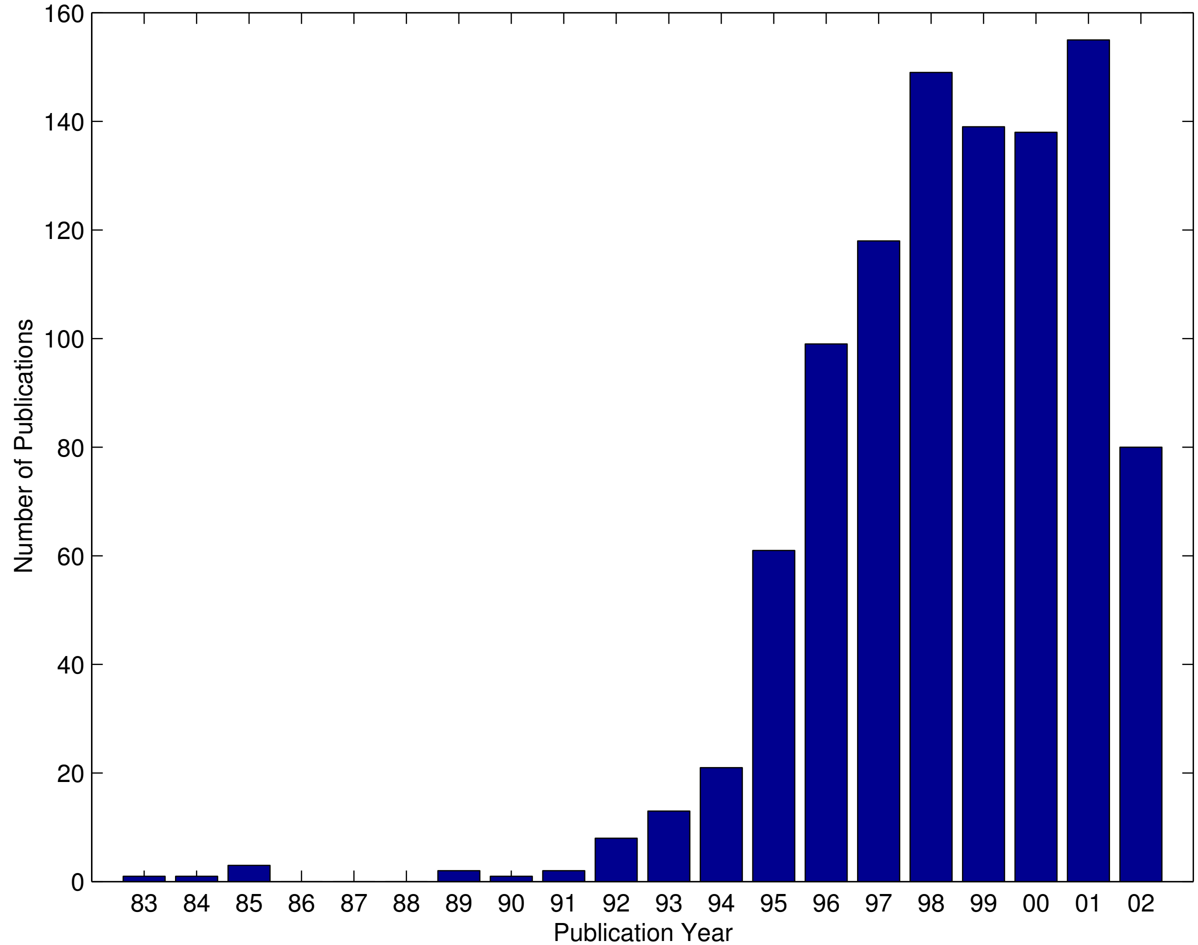
Actualmente existen unas 30 técnicas de optimización multiobjetivo en la literatura de investigación de operaciones. Sin embargo, la mayoría de ellas están limitadas a frentes de Pareto con ciertas características (p.ej., convexos) y suelen requerir un punto inicial de búsqueda. Adicionalmente, suelen generar una sola solución por ejecución.

Uso de Algoritmos Evolutivos

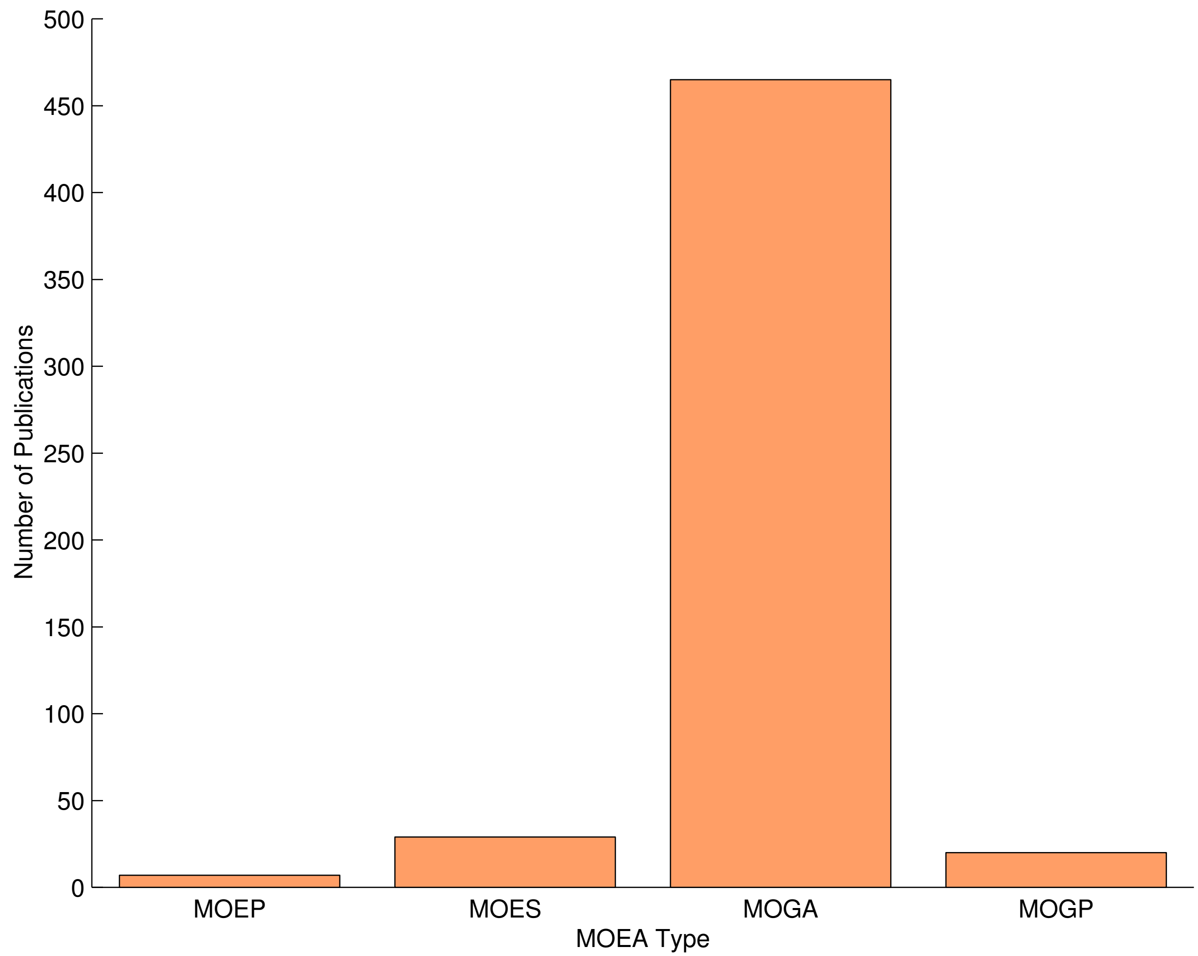
El potencial de los algoritmos evolutivos para resolver problemas de optimización multiobjetivo se remonta a finales de los 1960s en que la tesis doctoral de Rosenberg [1967] indicó la posibilidad de usar algoritmos genéticos en este dominio.

Sin embargo, el primer intento real por extender un algoritmo evolutivo a problemas multiobjetivo es el *Vector Evaluated Genetic Algorithm* (VEGA) desarrollado por Schaffer en su tesis doctoral de 1984 y presentado en la Primera Conferencia Internacional de Algoritmos Genéticos (en 1985).

Publicaciones por año (hasta med. 2002)



Citas por tipo de MOEA



Otras heurísticas

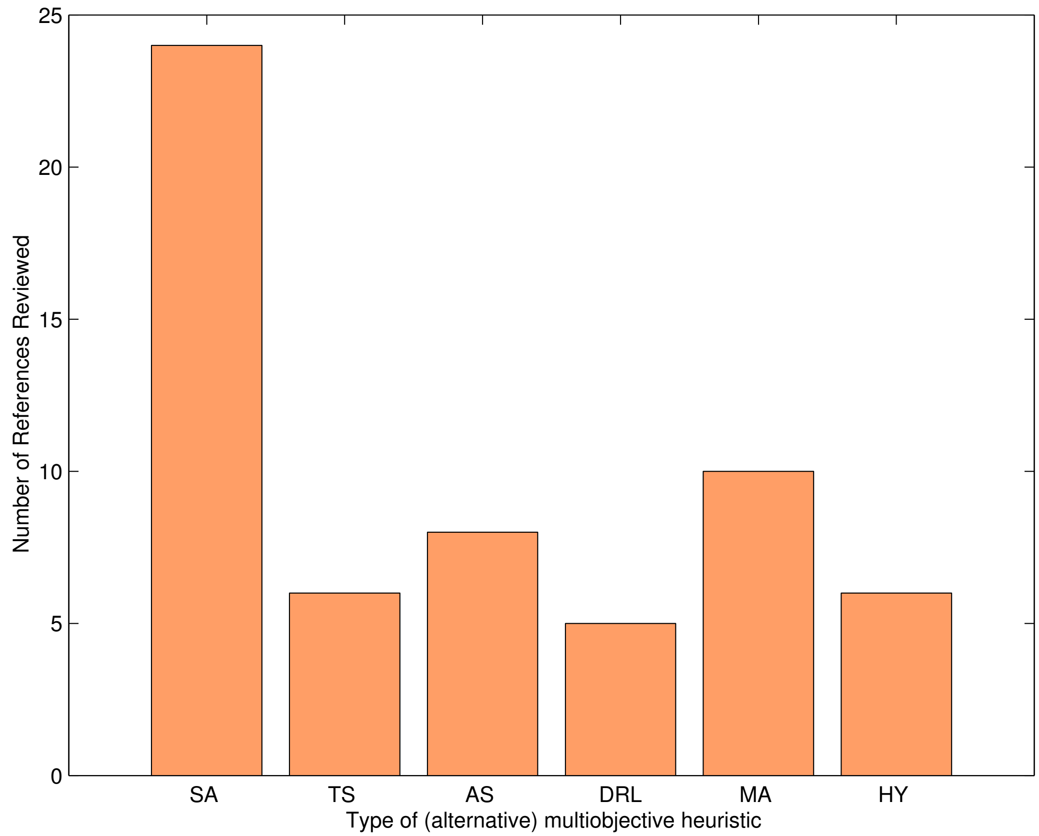
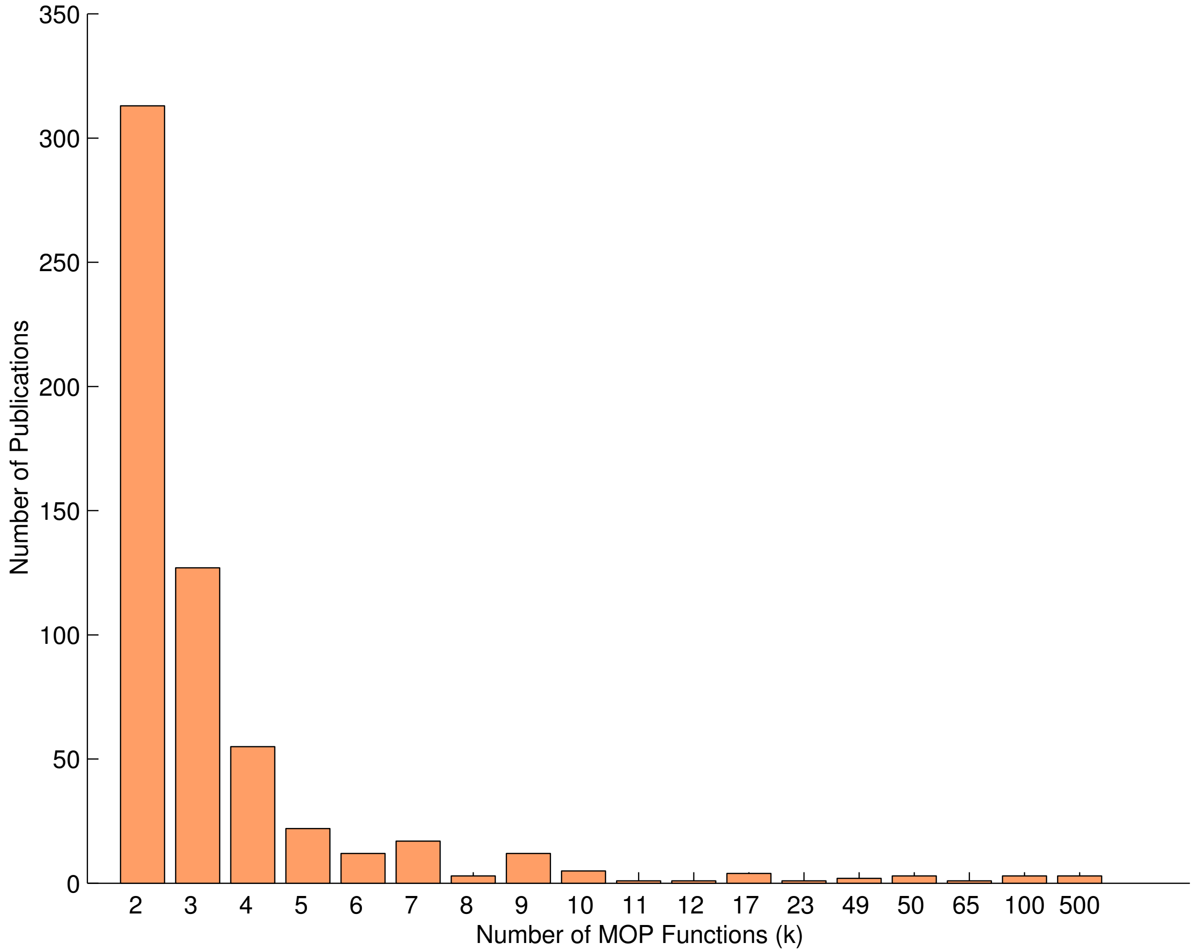


Figura 1: The following labels are used: SA = Simulated Annealing, TS = Tabu Search, AS = Ant System, DRL = Distributed Reinforcement Learning, MA = Memetic Algorithm, HY = Hybrid techniques.

Citas por cantidad de funciones objetivo



Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo

Pueden considerarse, en general, dos tipos principales de algoritmos evolutivos multiobjetivo:

1. Los algoritmos que no incorporan el concepto de óptimo de Pareto en el mecanismo de selección del algoritmo evolutivo (p.ej., los que usan funciones agregativas lineales).
2. Los algoritmos que jerarquizan a la población de acuerdo a si un individuo es no dominado o no (usando el concepto de óptimo de Pareto). Ejemplos: MOGA, NSGA, NPGA, etc.

Algoritmos Evolutivos Multiobjetivo

Históricamente podemos considerar que han habido dos generaciones de algoritmos evolutivos multiobjetivo:

1. **Primera Generación**: Caracterizada por el uso de jerarquización de Pareto y nichos. Algoritmos relativamente simples. También se produjeron enfoques más rudimentarios (p.ej., funciones agregativas lineales).

2. **Segunda Generación**: Se introduce el concepto de elitismo en dos formas principales: usando selección $(\mu + \lambda)$ y usando una población secundaria.

Tendencias Actuales

- Tras gozar de mucho éxito por alrededor de 5 años, los algoritmos de primera generación han comenzado a caer en desuso (NSGA, NPGA, MOGA y VEGA).
- Desde finales de los 1990s los algoritmos evolutivos multiobjetivo que usan elitismo son vistos como el estado del arte en el área (p.ej., SPEA, SPEA2, NSGA-II, MOMGA, MOMGA-II, PAES, PESA, PESA II, etc.)

Tendencias Actuales

- Los algoritmos de segunda generación enfatizan la eficiencia computacional. Se busca vencer la complejidad de la jerarquización de Pareto ($O(kM^2)$, donde k es el número de funciones objetivo y M es el tamaño de la población) y de las técnicas tradicionales de nichos ($O(M^2)$).
- En la sombra, los algoritmos no basados en dominancia de Pareto siguen siendo usados en algunos dominios (p.ej., optimización combinatoria) con relativo éxito.

Tendencias Actuales

- Una tendencia actual es extender otras heurísticas a problemas multiobjetivo. Por ejemplo: búsqueda dispersa, optimización mediante cúmulos de partículas, el sistema inmune artificial, etc.
- También se han propuesto un sinnúmero de híbridos y nuevos algoritmos bioinspirados.

Teoría

- Existen unos pocos estudios de convergencia de un algoritmo evolutivo multiobjetivo a un conjunto de óptimos de Pareto [Rudolph, 1998, 2000; Hanne, 2000, 2000a; Van Veldhuizen, 1998].
- También hay trabajo reciente en torno a las métricas y en torno a la dinámica poblacional de los algoritmos evolutivos multiobjetivo.
- Se requiere aún mucho trabajo. Por ejemplo: modelado teórico de operadores, convergencia de algoritmos paralelos, estudio de la estructura de los paisajes de aptitud de problemas multiobjetivo, etc.

Aplicaciones

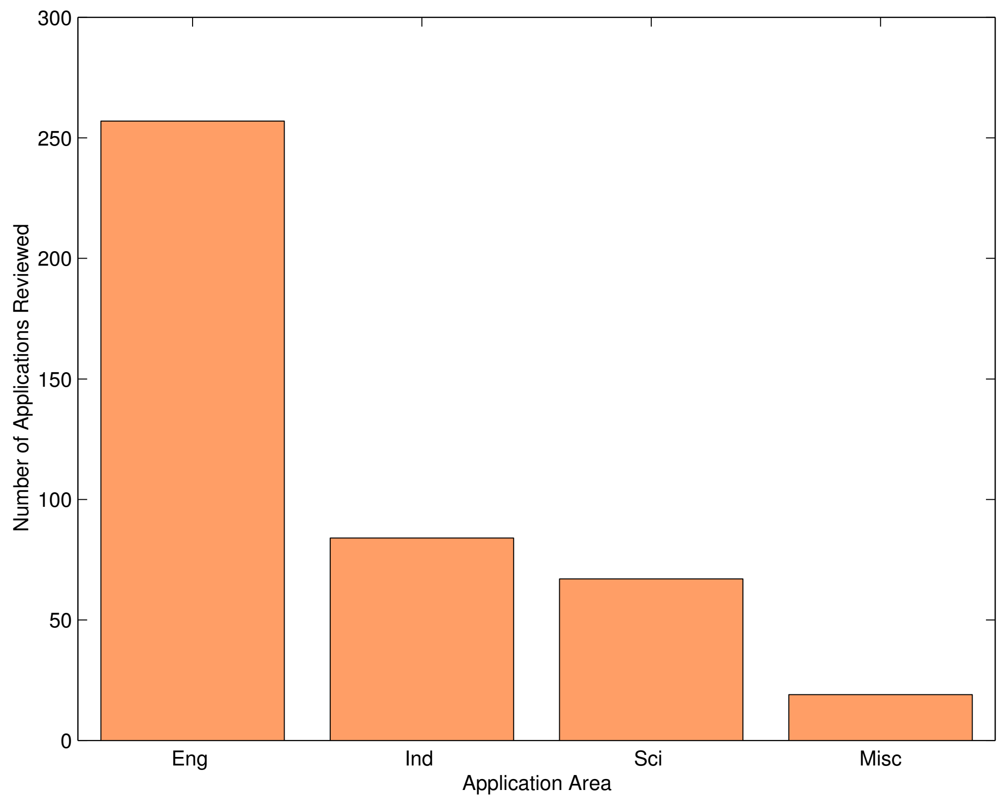


Figura 2: Distribución general de aplicaciones reportadas en la literatura: Eng = Engineering, Ind = Industrial, Sci = Scientific, Misc = Miscellaneous.

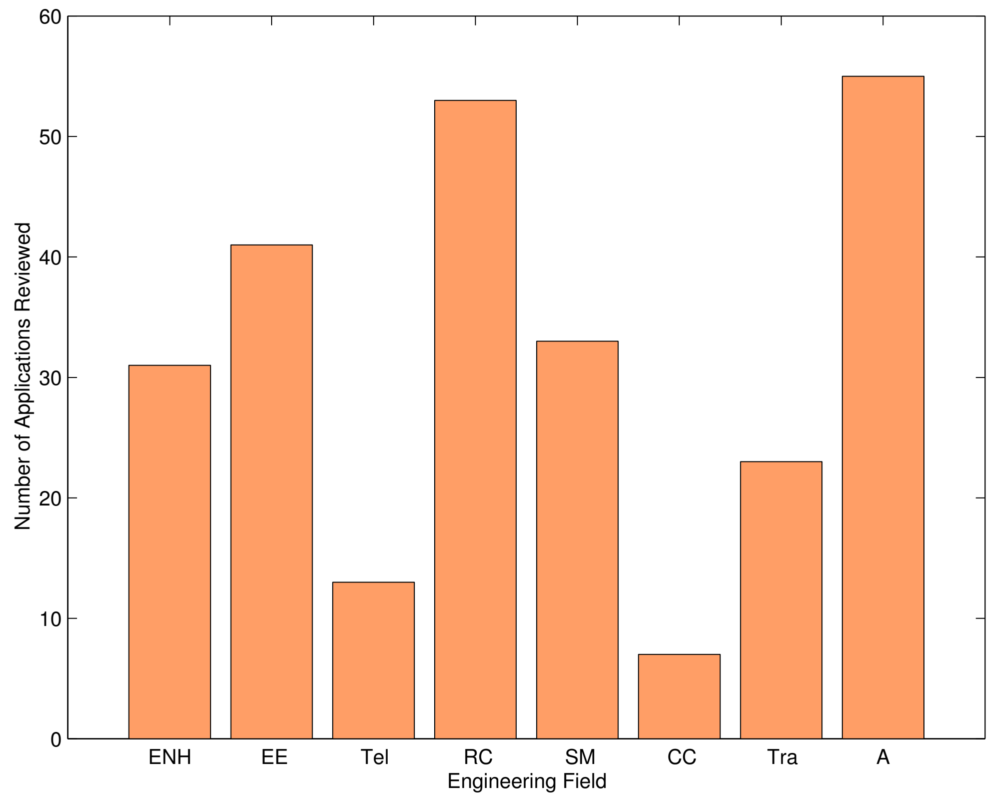


Figura 3: ENH = Environmental, Naval, and Hydraulic, EE = Electrical and Electronics, Tel = Telecommunications and Network Optimization, RC = Robotics and Control, SM = Structural & Mechanical, CC = Civil and Construction, Tra = Transport, A = Aeronautical.

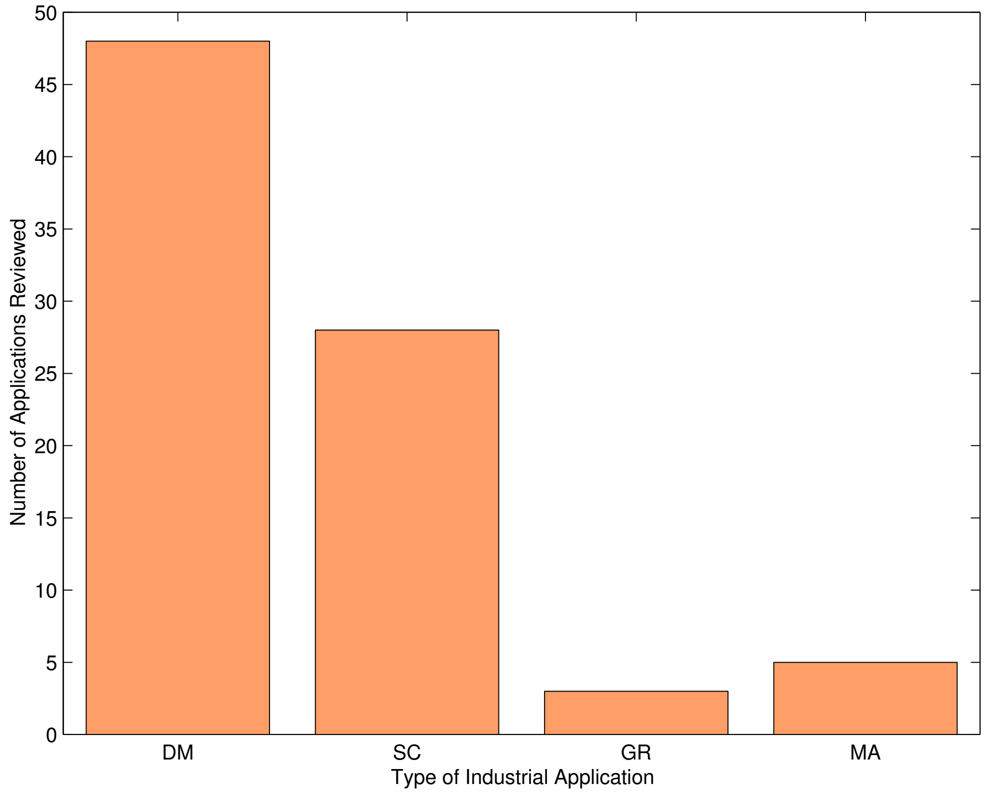


Figura 4: DM = Design and Manufacture, SC = Scheduling, GR = Grouping and Packing, MA = Management.

Aplicaciones

- Aunque el volumen actual de aplicaciones es considerable, muchos dominios no han sido abordados todavía. Por ejemplo: visión por computadora, ajuste de modelos basados en elementos finitos, reconocimiento de patrones, etc.
- Los algoritmos paralelos ciertamente se volverán más populares en los años venideros, pero no hay una visión clara respecto a qué tipo de algoritmos son más adecuados para qué tipo de problemas.

Funciones de Prueba

- Durante cerca de 15 años se subestimó la necesidad de contar con funciones de prueba estándar.
- Hoy en día existen varias propuestas que incluyen funciones con 2 y 3 objetivos, algunas de las cuales son escalables. Entre sus características interesantes destacan las siguientes: multifrontalidad, frentes de Pareto cóncavos y segmentados, alta dimensionalidad, decepción, etc.
- Recientemente se han propuesto también funciones con restricciones y problemas de optimización combinatoria multiobjetivo.

Funciones de Prueba

- Se requieren, entre otras, funciones de prueba dinámicas, con epístatis elevada, con más de 3 funciones objetivo, con funciones objetivo cuyo costo de evaluación sea muy elevado y crezca exponencialmente con la dimensionalidad del problema, etc.
- También son de gran interés los generadores automáticos de funciones de prueba, los cuales son prácticamente inexistentes en la actualidad.

Ejemplos de Funciones de Prueba

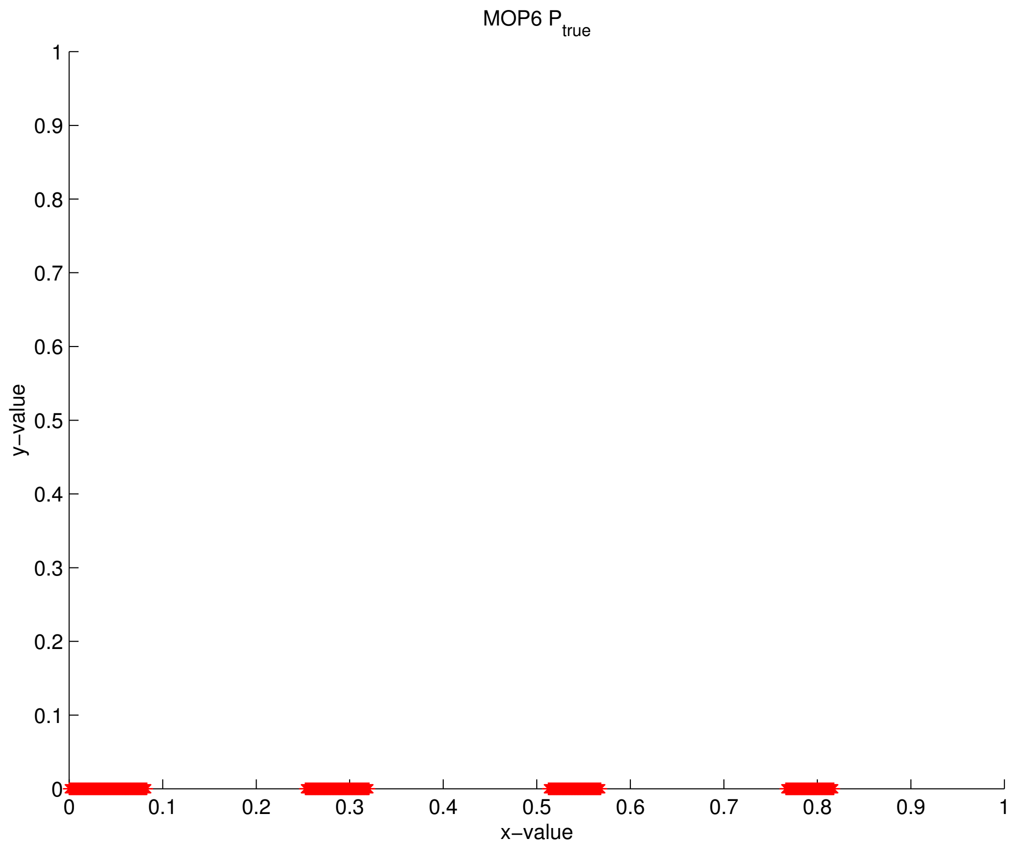


Figura 5: P_{true} de una de las funciones de Deb.

Ejemplos de Funciones de Prueba

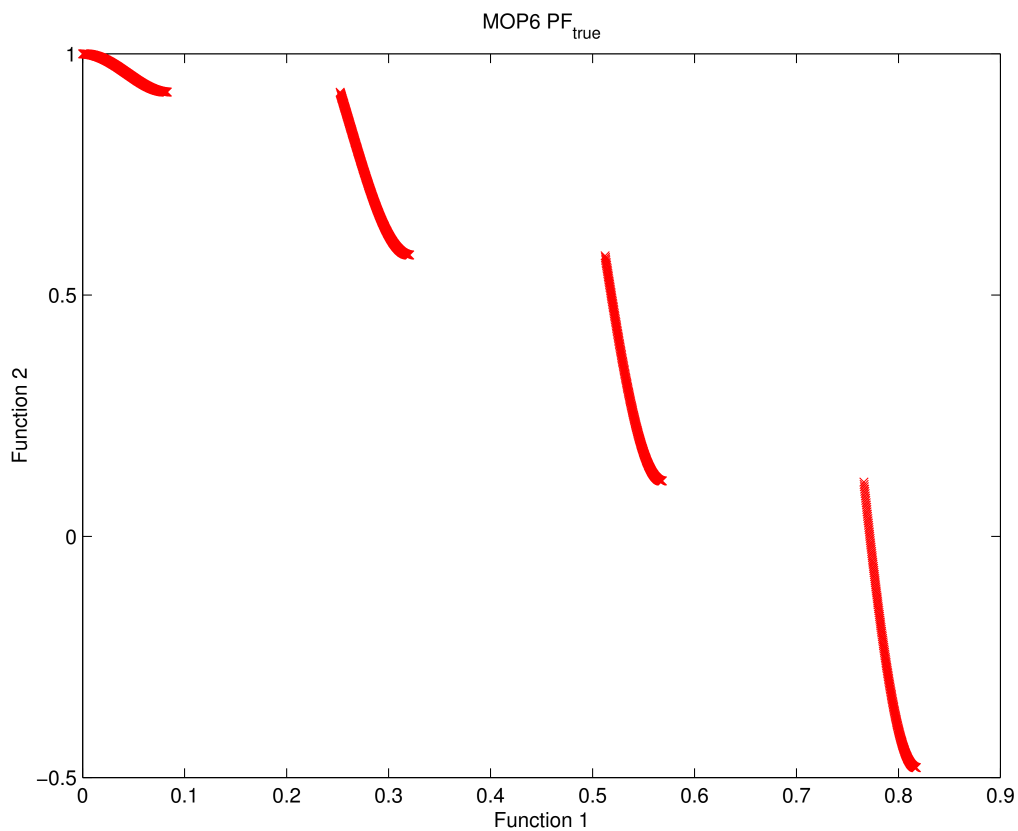


Figura 6: PF_{true} de una de las funciones de Deb.

Ejemplos de Funciones de Prueba

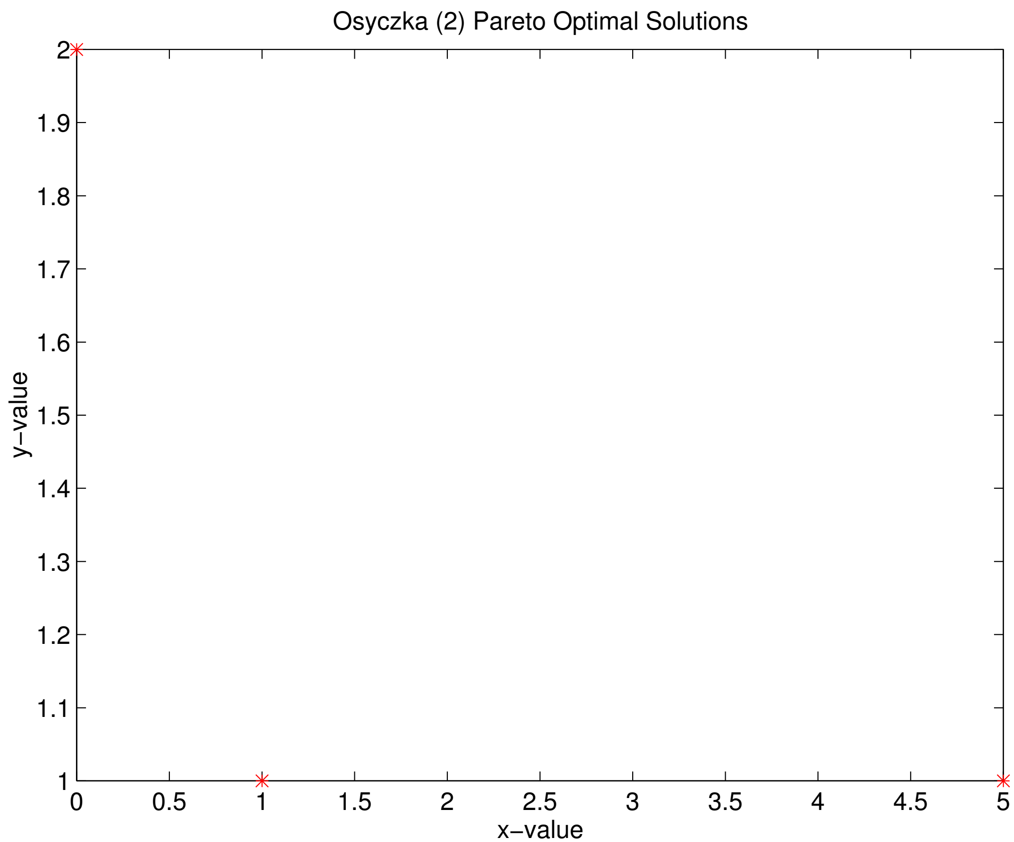


Figura 7: P_{true} de una de las funciones de Osyczka.

Ejemplos de Funciones de Prueba

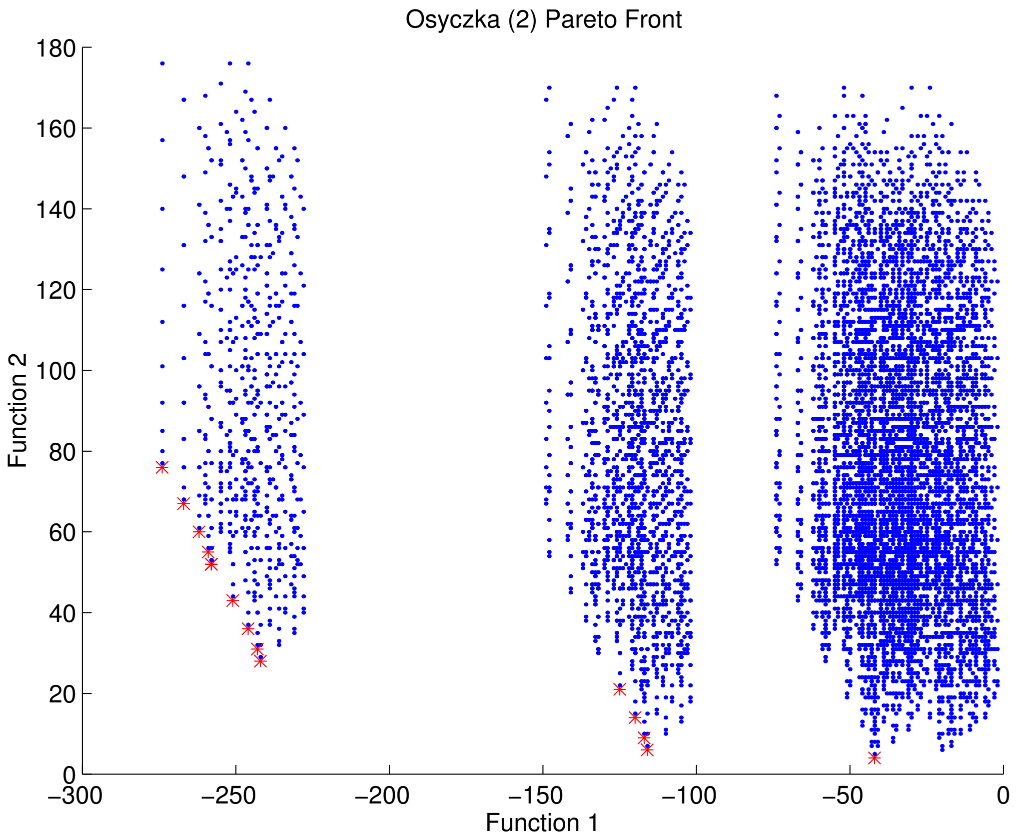


Figura 8: PF_{true} de una de las funciones de Osyczka.

Métricas

Los tres valores fundamentales que miden las métricas de la actualidad son [Zitzler et al., 2000]:

1. Minimizar la distancia del frente de Pareto producido por nuestro algoritmo con respecto al frente verdadero (suponiendo que lo conocemos).
2. Maximizar la distribución de soluciones obtenidas, de manera que podamos tener una distribución de vectores tan uniforme como sea posible.
3. Maximizar la cantidad de elementos del conjunto de óptimos de Pareto generados.

Métricas

El problema fundamental de las métricas es que los 3 valores antes mencionados deben combinarse de diferentes maneras para poder establecer el desempeño de un algoritmo de manera cuantitativa.

Sin embargo, dichas combinaciones no son más que combinaciones lineales de pesos (tan "satanizadas" en optimización evolutiva multiobjetivo). Irónicamente, el problema de las métricas resulta ser también de naturaleza multiobjetivo.

Algunas Ideas de Investigación

- Uso de estructuras de datos espaciales (quadtrees u octrees) para hacer más eficiente el almacenamiento de los vectores no dominados en espacios discretos.
- Incorporación de mecanismos adicionales para manejo de incertidumbre (p.ej., lógica difusa).
- Desarrollo de algoritmos específicos que ataquen problemas tales como la epístasis elevada. Por ejemplo, el *Generalized Regression GA* (GRGA) [Tiwari et al., 2001].
- Uso de conceptos multiobjetivo para cambiar la forma del paisaje de aptitud de un problema.

El Sitio Web Sobre Optimización Evolutiva Multiobjetivo

Visite: **http://delta.cs.cinvestav.mx/~ccoello/EMOO/**

Contiene datos de alrededor de 50 investigadores de todas partes del mundo, así como software de dominio público y una base de datos con más de 1030 referencias bibliográficas sobre optimización evolutiva multiobjetivo (muchas de ellas disponibles en formato electrónico).

A Manera de Conclusiones

- La optimización evolutiva multiobjetivo presenta actualmente muchas oportunidades de investigación.
- Muchos problemas de dificultad “intermedia” todavía no han sido resueltos adecuadamente.
- Hay un sinnúmero de posibles aplicaciones por ser exploradas.
- ¿Cuándo ocurrirá la tercera generación? ¿Habrá un cambio de paradigma?