

# Disposición óptima de antenas usando CHC multiobjetivo

Enrique Alba, Guillermo Molina y Antonio J. Nebro

*Resumen—*

La disposición óptima de antenas (RND) es uno de los problemas fundamentales dentro del diseño de redes celulares para telecomunicaciones. La división del espacio en celdas de cobertura asociadas cada una a una antena persigue un doble objetivo: maximizar el tamaño del área cubierta por la señal de radio y reducir el número de antenas empleadas. El RND se define por tanto como un problema multiobjetivo. En la literatura ha sido resuelto con anterioridad aplicando técnicas monoobjetivo y un valor numérico obtenido combinando los valores de los distintos objetivos. Estas técnicas han permitido encontrar soluciones óptimas en base a la combinación de valores objetivos definida, pero adolecen de una falta de visión de la naturaleza multiobjetivo del problema. En este artículo se presenta una versión multiobjetivo basada en la dominancia de Pareto del mejor algoritmo encontrado hasta ahora: CHC. Esta nueva versión, Mo-CHC, se enfrenta a otro algoritmo multiobjetivo, NSGA-II, adaptado a codificación binaria, y se compara con los resultados de la literatura. Se comprueba que Mo-CHC es el algoritmo que mejores resultados obtiene entre todos los empleados para la resolución del RND.

## I. INTRODUCCIÓN

La determinación de las localizaciones de las antenas es una tarea fundamental dentro del diseño de redes celulares como las empleadas en telefonía móvil. El emplazamiento de una antena determina la zona de cobertura de la misma -también llamada celda-, por lo que al decidir los emplazamientos de todas las antenas de una red se está estableciendo la zona de cobertura, el grado de cobertura (número de antenas que cubren una determinada zona) y el número de antenas que se colocan. Por ello, una buena o mala decisión puede tener consecuencias directas sobre la calidad del servicio ofrecido y el coste incurrido.

El uso de redes celulares se incrementa de modo acelerado en el sector de las telecomunicaciones: telefonía móvil (con sucesivas generaciones), redes inalámbricas y, más recientemente, redes de sensores [1]. El número y complejidad de las redes ha ido creciendo también, de unas cuantas antenas en las primeras generaciones de telefonía móvil, hasta la colocación de cientos o miles de antenas para las nuevas infraestructuras, o como en el caso de las redes de sensores. Se vuelve por tanto necesario disponer de técnicas rápidas y fiables que ayuden al diseño de estas redes y sean capaces de manejar escenarios que por su elevada complejidad resultaría imposible resolver manualmente.

Departamento de Lenguajes y Ciencias de la Computación Universidad de Málaga, 29071 Málaga. Email: eat@lcc.uma.es, guillermo@lcc.uma.es, antonio@lcc.uma.es

En este trabajo se estudian los resultados existentes ([2], [4], [6]) para la resolución del problema de la disposición óptima de antenas (*Radio Network Design*, RND) y se mejoran dichos resultados mediante el empleo de nuevas técnicas (CHC) y nuevas orientaciones del problema (resolución multiobjetivo). La organización de este artículo es la que sigue. En la Sección II se describe el problema, y se presenta el modelado tal y como se realizó en los trabajos previos de manera de que los resultados obtenidos sean comparables. El planteamiento multiobjetivo del problema se detalla en la Sección III. La Sección IV contiene una descripción del funcionamiento del algoritmo empleado, e incluye tanto su versión clásica (monoobjetivo) como las modificaciones añadidas para hacerlo multiobjetivo. Las pruebas efectuadas y los resultados obtenidos se muestran en la Sección V. Finalmente, en la Sección VI se presentan las conclusiones.

## II. PROBLEMA RND CLÁSICO

Consideremos un escenario urbano al que se quiere ofrecer cobertura de señal de radio. El área cubierta es un factor esencial; idealmente se quiere cubrir toda la zona, pero los recursos disponibles son limitados, por lo que hay que intentar colocar el menor número de antenas disponibles. La empresa encargada realiza un estudio previo que determina una serie de emplazamientos aptos para la colocación de antenas: techos de edificios elevados y lugares con buena visibilidad (sin obstáculos cercanos) y alejados de zonas no permitidas (como hospitales o colegios). En total existe un centenar de puntos, repartidos de manera más o menos uniforme por el área que se quiere cubrir, entre los cuales escoger dónde colocar las antenas.

El problema de disposición óptima de antenas tal y como se considera en los trabajos previos y en este trabajo consiste en seleccionar pues un subconjunto de localizaciones de entre un conjunto de localizaciones disponibles para colocar antenas en ellas. El objetivo que se persigue es doble, ya que por un lado se quiere maximizar la cantidad de área cubierta por las antenas, pero por otro se espera que el número de antenas sea mínimo. Ambos objetivos están claramente contrapuestos.

Para manejar la información del problema, Calégari et al. [2] emplearon una discretización del terreno que empleaba un modelo de rejilla cuadrada para representar el terreno. Este modelo es el mismo que se empleó en otros trabajos posteriores, y el que

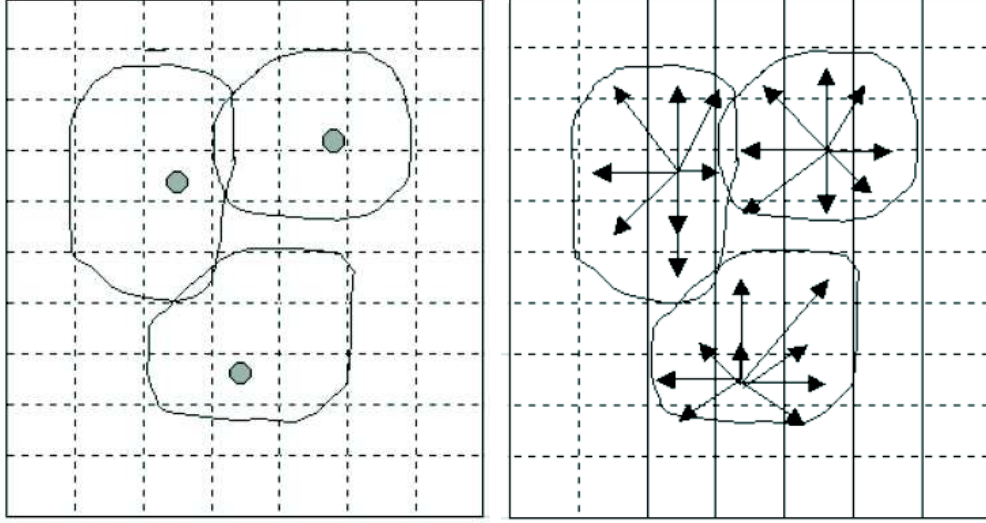


Fig. 1. (izda.) Coberturas reales ofrecidas por distintas antenas. (dcha.) Coberturas discretizadas en el modelo de rejilla

se empleará en este trabajo. La rejilla empleada para modelar el terreno es cuadrada y contiene  $287 \times 287$  cuadros, cada uno de los cuales representa un sector atómico de terreno que o se cubre en su totalidad o no se cubre en absoluto. La Figura 1 ilustra un modelo simplificado de discretización de terreno con una rejilla  $10 \times 7$ . El problema considerado recuerda al problema de cubrimiento de conjuntos con coste fijo (USCP), que se sabe NP completo.

El conjunto de emplazamientos disponibles (*available location sites*, ALS) para la colocación de antenas se representa mediante una lista de coordenadas de la rejilla, indicando los sectores del terreno en los que se encuentran esos puntos. Se considera que la discretización es suficientemente precisa como para que cualquier posición de la antena dentro del sector resulte en una misma celda de cobertura.

Finalmente, un diseño de red consiste en un subconjunto de las coordenadas del ALS. Cualquier subconjunto válido constituye una *solución* del problema; el objetivo de este trabajo es encontrar la *solución óptima*. Las soluciones se codifican mediante cadenas binarias cuya longitud iguala a la cardinalidad del ALS, y en las que cada bit se corresponde unívocamente con una localización de la lista. Un uno indica la colocación de antena en las coordenadas correspondientes, mientras que un cero indica la no colocación.

El espacio de soluciones del problema es pues el total de valores que puede adoptar la cadena, y su tamaño, que depende del número de localizaciones disponibles, es  $2^{|ALS|}$ . Se considera pues que el tamaño de una instancia se corresponde con el tamaño del ALS empleado en esa instancia.

Cuando se coloca una antena en uno de los emplazamientos, ésta ofrece cobertura a una celda centrada en la propia antena. Para este trabajo se emplea el mismo modelo de cobertura que en los trabajos anteriores: una antena produce la misma celda

independientemente de dónde se coloque, y esta celda es una zona cuadrada de  $41 \times 41$  sectores. La forma de la celda se eligió de manera que pudiera conseguirse la cobertura completa (100 % del área) de manera óptima con 49 antenas formando una rejilla  $7 \times 7$  ( $7 \times 41 = 287$ ).

En el diseño de una red celular es preferible el incremento del área cubierta frente al ahorro en el número de antenas (nunca es deseable la solución sin antenas). En [2] se propuso una función de medición de calidad (Ecuación 1) para las soluciones ( $f(\vec{x})$ , *fitness function*) que permitía combinar ambos factores para asignar un único valor numérico a cada solución y poder emplear una técnica monoobjetivo.

$$f(\vec{x}) = \frac{\text{Cobertura}(\vec{x})^\alpha}{\text{Número de antenas}(\vec{x})} \quad (1)$$

En esta formulación el parámetro  $\alpha$  ajusta la relación de importancia entre cobertura y número de antenas. El valor que se emplea para  $\alpha$  es 2.

### III. PLANTEAMIENTO MULTIOBJETIVO DEL RND

El problema descrito anteriormente responde a un planteamiento monoobjetivo. Aunque se pretende optimizar dos parámetros, cobertura y número de antenas, el algoritmo emplea un único valor en su búsqueda, el *fitness*.

En el planteamiento multiobjetivo se contempla cada valor que se quiere optimizar por separado, de manera que se persigue optimizar cada uno de manera independiente. En vez de emplear un único valor para medir la calidad de las soluciones, se emplearán **dos valores** para cada solución, mostrados en las ecuaciones 2 y 3.

$$f_1(\vec{x}) = 100 - \% \text{ Area cubierta}(\vec{x}) \quad (2)$$

$$f_2(\vec{x}) = \text{Número de antenas colocadas}(\vec{x}) \quad (3)$$

En ambos casos se pretende **minimizar** la magnitud, pero al ser dos los valores que se quieren minimizar pueden darse los siguientes casos al comparar dos soluciones  $S_a$  y  $S_b$ :

- Que  $S_a$  tenga mejor valor que  $S_b$  en alguna variable, y un valor igual o mejor para la otra: se dice que  $S_a$  **domina** a  $S_b$ .
- Que  $S_a$  tenga mejor valor que  $S_b$  en una de las variables, pero peor valor en la otra: se dice que  $S_a$  y  $S_b$  son soluciones **no dominadas**.

De manera general, en un problema multiobjetivo no se alcanza una solución óptima, sino un conjunto de soluciones no dominadas conocido como conjunto de óptimos de Pareto. Este conjunto está compuesto por aquellas soluciones que, dado un valor cualquiera en todas las variables salvo una, consiguen el mejor valor posible para esa variable.

En el problema RND, el conjunto de óptimos de Pareto (que en el espacio de objetivos forma el llamado frente de Pareto) se compone de todas aquellas soluciones que dado  $n \geq 0$  consiguen la mayor cobertura posible empleando  $n$  antenas, hasta alcanzar el 100 % de cobertura (49 antenas).

Al pasar de un enfoque monoobjetivo a otro multiobjetivo el horizonte de búsqueda se ve ampliado. Dado que el algoritmo no busca un único óptimo sino un conjunto de óptimos de Pareto, la búsqueda se diversifica. Esto resulta interesante en tanto que ayuda a preservar la diversidad de la población, pero puede resultar problemático si debido a ello el algoritmo favorece en exceso la diversidad en detrimento de la intensidad. Esto puede resultar aún más grave si existen subconjuntos de soluciones dentro del conjunto óptimo que aún estando no dominadas resultan poco interesantes para los objetivos del problema. En el caso del RND, las soluciones en las que se emplea un número muy bajo de antenas no son interesantes puesto que también consiguen una cobertura muy baja.

Para evitar esto se restringe la búsqueda añadiendo restricciones sobre las soluciones indicando un rango deseado para los valores que se optimiza. Se emplea para ello la función de penalización mostrada en la Ecuación 4. Esta función añade dos restricciones al problema: las soluciones deben alcanzar al menos un 90 % de terreno cubierto (Ecuación 5) y emplear menos de 60 antenas (Ecuación 6).

$$P(\vec{x}) = p_1(\vec{x}) + p_2(\vec{x}) \quad (4)$$

$$p_1(\vec{x}) = \begin{cases} f_1(\vec{x}) - 10 & (f_1(\vec{x}) > 10) \\ 0 & (f_1(\vec{x}) \leq 10) \end{cases} \quad (5)$$

$$p_2(\vec{x}) = \begin{cases} f_2(\vec{x}) - 60 & (f_2(\vec{x}) > 60) \\ 0 & (f_2(\vec{x}) \leq 60) \end{cases} \quad (6)$$

Esto evita que el algoritmo desperdicie recursos realizando la búsqueda en zonas poco prometedoras.

Las limitaciones afectan al ranking de soluciones haciendo que las soluciones se ordenen primero siguiendo el orden creciente de  $P(\vec{x})$ , y en segunda instancia por Pareto-optimalidad (con  $f_1(\vec{x})$  y  $f_2(\vec{x})$ ).

#### IV. EL ALGORITMO CHC MULTIOBJETIVO

El algoritmo CHC (*Cross generational elitist selection, Heterogeneous recombination, and Cataclysmic mutation*) fue propuesto por Eshelman en 1991 [3]. Este algoritmo, sorprendentemente poco empleado en la literatura, es usado en este trabajo para resolver el problema RND. Se trata de un algoritmo evolutivo que trabaja con un conjunto de soluciones llamado población ( $Pa$ , o  $Pn$  para estados intermedios). Su funcionamiento es iterativo, produciendo en cada paso nuevas soluciones que incorpora a la población en sustitución de otras anteriores. Su pseudocódigo se muestra en el Algoritmo 1.

---

##### Algoritmo 1 CHC

---

```

 $t \leftarrow 0$ 
Inicializar( $Pa$ ,  $umbral\_incesto$ )
while No Condición_terminación( $t$ ,  $Pa$ ) do
   $padres \leftarrow$  Selección_padres( $Pa$ ,  $umbral\_incesto$ )
   $hijos \leftarrow$  HUX( $padres$ )
  Evaluar( $hijos$ )
   $Pn \leftarrow$  Selección_elitista( $hijos$ ,  $Pa$ )
  if No Modificado( $Pa$ ,  $Pn$ ) then
     $umbral\_incesto \leftarrow umbral\_incesto - 1$ 
    if  $umbral\_incesto \leq -k$  then
       $Pn \leftarrow$  Reinicio( $Pa$ )
      Inicializar( $umbral\_incesto$ )
    end if
  end if
   $t \leftarrow t + 1$ 
   $Pa \leftarrow Pn$ 
end while

```

---

##### A. CHC clásico

El algoritmo CHC se diseñó originalmente para trabajar con poblaciones de soluciones codificadas mediante cadenas binarias. CHC puede entenderse como un tipo de algoritmo genético (GA) en el que no se emplea la mutación para producir soluciones nuevas sino únicamente un mecanismo de recombinación o cruce llamado HUX. La selección de los individuos para la siguiente generación se realiza siguiendo un criterio elitista entre padres e hijos, y en el momento en que se detecta el estancamiento de la población se provoca un reinicio de la misma.

La ausencia de mutación unida al criterio elitista de selección para la nueva población tienden a homogeneizar ésta. Con el fin de retrasar la convergencia de la población, CHC aplica un criterio de prevención de incesto: la selección de los padres se realiza escogiendo individuos al azar, pero el cruce solamente se efectúa si los individuos no son demasiado parecidos, es decir, si la distancia de Hamming entre ellos es superior a un determinado valor umbral ( $umbral\_incesto$ ). Conforme la ejecución avanza y la población se va homogeneizando cada vez menos individuos cumplen la condición de no incesto, por

|                            |                                        |
|----------------------------|----------------------------------------|
| Tamaño de población        | 100                                    |
| Cruce                      | <i>HUX</i>                             |
| Mutación cataclísmica      | <i>Bit flip con probabilidad 35 %</i>  |
| Población preservada       | 5 %                                    |
| Umbral de incesto inicial  | 25 % del tamaño de instancia           |
| Valor de convergencia $k$  | 1                                      |
| Selección padres           | <i>Aleatoria con umbral de incesto</i> |
| Selección nueva generación | <i>Elitista</i>                        |
| Criterio de ordenación     | <i>Ranking y Crowding</i>              |

TABLA I

PARÁMETROS USADOS EN MO-CHC

lo que es necesario reducir progresivamente el umbral. Cada vez que transcurre una iteración sin que la población se haya modificado el valor del umbral se reduce en uno.

El mecanismo de cruce también contribuye a preservar la diversidad. El cruce HUX copia en los dos hijos todos los bits coincidentes en ambos padres, y luego copia la mitad de los bits distintos en cada uno de los hijos, de manera que la distancia de Hamming entre los hijos y entre hijos y padres es máxima.

Llegado el umbral de incesto a cero (la distancia mínima entre dos individuos para que se puedan recombinar es 0), si transcurren  $k$  iteraciones sin que ninguna solución nueva haya ingresado en la población, se considera que la población ha convergido y la ejecución del algoritmo se ha estancado. Entonces se provoca el reinicio de la población: todos los individuos excepto los mejores se modifican drásticamente mediante una mutación por inversión de bit con probabilidad de mutación de bit muy elevada (en [3] se propone 35 %).

### B. Versión multiobjetivo

El funcionamiento del algoritmo CHC con estas premisas es el mismo que en el escenario clásico, sustituyendo el funcionamiento del criterio elitista. En lugar de ordenar las soluciones en base a un valor escalar (el *fitness*), en nuestra propuesta CHC multiobjetivo (Mo-CHC) las soluciones se ordenan mediante un método de *ranking* y *crowding*. Este método consiste en seleccionar en la población todas las soluciones no dominadas, y extraerlas. Este proceso se repite iterativamente hasta haber extraído todas las soluciones formando frentes que se ordenan entre sí desde el más próximo al conjunto de óptimos de Pareto (el primero en ser extraído) hasta el más alejado (el último). Luego, las soluciones de cada frente se ordenan mediante un método de *crowding*, dando preferencia a aquellas soluciones que están más aisladas del resto (las que tienen sus vecinos más alejados).

En el momento en que se detecta el estancamiento de la población se realiza el proceso de reinicio aplicando una mutación altamente disruptiva (cataclísmica) a todas las soluciones excepto a las mejores. En el planteamiento monoobjetivo se preservaba la solución con mejor valor de la función de *fitness*, lo cual se traduce en preservar las soluciones no domi-

|                            |                                  |
|----------------------------|----------------------------------|
| Tamaño de población        | 100                              |
| Mutación                   | <i>Bit flip prob. 1/Longitud</i> |
| Cruce                      | <i>SPX con probabilidad 95 %</i> |
| Selección padres           | <i>Torneo binario</i>            |
| Selección nueva generación | <i>Elitista</i>                  |
| Criterio de ordenación     | <i>Ranking y Crowding</i>        |

TABLA II

PARÁMETROS USADOS EN NSGA-II

nadas en el planteamiento multiobjetivo. Sin embargo, cuando se llega al estancamiento la práctica totalidad de la población se sitúa formando un conjunto de soluciones no dominadas, por lo que un proceso de reinicio que mantuviera todas las soluciones no dominadas y alterase el resto tendría nulo efecto. Lo que se hace en este caso es preservar un determinado porcentaje de la población, seleccionado mediante la ordenación por *ranking* y *crowding*; de esta manera se escogen soluciones no dominadas y lo más diversas posible. Este porcentaje es otro parámetro del algoritmo, que en este trabajo tomará el valor del 5 %. La Tabla I muestra los valores utilizados en los principales parámetros del algoritmo Mo-CHC.

## V. EXPERIMENTOS

### A. Pruebas realizadas

Las instancias resueltas en este trabajo son las mismas que se resolvieron en los trabajos [4], [6]. Son todas instancias de RND en las que se emplean antenas con cobertura cuadrada, tal y como se describe en II, aplicando el enfoque multiobjetivo descrito en III. Los tamaños de instancia varían desde 149 hasta 349 localizaciones disponibles (ALS).

En cada caso se realizan **50 ejecuciones independientes** para asegurar la significación estadística. El criterio de parada es encontrar la solución óptima descrita en [4] (100 % de cobertura con 49 antenas) o alcanzar el millón de soluciones evaluadas, ya que de esta manera cabe establecer comparaciones entre los esfuerzos realizados por los algoritmos en este trabajo y aquellos mostrados en [4] y [6].

En todas las instancias del problema se incluyen las coordenadas de las 49 localizaciones que permiten dar cobertura completa (100 % del terreno) con el mínimo número de antenas. Esa configuración, definida como óptima en los trabajos anteriores, determina que el problema ha sido resuelto. La función de *fitness* descrita en la fórmula 1 tiene su máximo para esa configuración, devolviendo un valor de 204,082.

Para verificar la utilidad del enfoque multiobjetivo empleado, se comparan las marcas obtenidas con las mejores marcas de los algoritmos monoobjetivo -que emplean la función de *fitness* descrita- de la literatura (versión monoobjetivo CHC, *simulated annealing* -SA- y dssGA8 [4]). Para comprobar la eficacia propia del algoritmo CHC se establece la comparación con uno de los algoritmos multiobjetivos

más populares: una versión binaria del NSGA-II [5], cuyos parámetros recogen en la Tabla II.

### B. Métricas

La primera métrica empleada que nos servirá para establecer comparaciones entre los algoritmos monoobjetivo y los multiobjetivo, dado que las ejecuciones se realizan hasta alcanzar la solución óptima, es el esfuerzo computacional. Este esfuerzo se define como el número de puntos (soluciones) que es necesario evaluar para resolver el problema. La interpretación de esta métrica es directa: el algoritmo que resuelve el problema de manera más eficiente el problema es el que requiere menos esfuerzo, y por tanto el que tenga un valor más bajo de esfuerzo computacional. Aunque los enfoques dados a los distintos tipos de algoritmo no son iguales, puede establecerse esta comparación debido a que todos los algoritmos miden su esfuerzo hasta alcanzar la configuración óptima definida en [4].

Además, se compararán las dos técnicas multiobjetivo en base a una de las métricas estándar del campo: el hipervolumen. Esta métrica calcula el volumen (en el espacio de objetivos) cubierto por miembros del un conjunto dado,  $Q$ , de soluciones no dominadas para problemas donde todos los objetivos han de ser minimizados. Matemáticamente, para cada  $i \in Q$  se construye un hipercubo  $v_i$  con un punto de referencia  $W$  y la solución  $i$  que definen la diagonal del mismo. El punto  $W$  se puede obtener simplemente con los peores valores de las funciones objetivo. Entonces, la unión de todos los hipercubos es lo que define el hipervolumen (HV):

$$HV = volume \left( \bigcup_{i=1}^{|Q|} v_i \right) \quad (7)$$

Los algoritmos que alcanzan mayores valores para HV son mejores. Es necesario normalizar las soluciones no dominadas puesto que HV depende del escalado de los valores de la función objetivo.

### C. Resultados

Tanto Mo-CHC como NSGA-II han resuelto todas las instancias del problema (han encontrado la solución definida como óptima) en el 100 % de las ejecuciones. Se observa que los algoritmos que emplean un enfoque multiobjetivo resuelven el problema de manera más eficiente que los monoobjetivo utilizados en [6]. Los resultados de las pruebas realizadas se muestran en la Tabla III.

La versión multiobjetivo de CHC consigue una reducción del esfuerzo frente a su versión clásica que se sitúa entre el 40 % (instancia de tamaño 149) y el 59 % (instancia de tamaño 349). Si se compara con SA, la reducción de esfuerzo está comprendida entre el 75 % y el 80 %.

En el caso del algoritmo NSGA-II, el esfuerzo realizado es un 24 % mayor que CHC clásico para la ins-

tancia de tamaño 149, pero para todas la instancias mayores logra superarlo con una reducción de esfuerzo situada entre el 5 % (instancia de tamaño 199) y el 24 % (instancia de tamaño 349). En la comparación con SA resulta claramente superior, con reducciones que varían desde el 57 % hasta el 69 %.

Además en todos los casos se observa que conforme aumenta el tamaño de la instancia (y por ende la complejidad de la misma), cada vez obtienen mejores resultados las técnicas multiobjetivo frente a las monoobjetivo.

Entre las técnicas multiobjetivo Mo-CHC obtiene mejores resultados que NSGA-II. Su esfuerzo computacional es menor en un rango comprendido entre el 43 % y el 52 %, sin que se aprecie una clara tendencia en la evolución al variar el tamaño de instancia.

También el HV indica que los conjuntos de soluciones no dominadas obtenidos por Mo-CHC al finalizar la ejecución forman frentes mejores que los que se obtienen con NSGA-II. Sólo para la instancia de tamaño 249 el HV del frente formado por las soluciones de NSGA-II alcanza un valor mayor que el de Mo-CHC (0,4701 frente a 0,4699) aunque la diferencia no resulta significativa a tenor de las desviaciones típicas: 0,0117 y 0,0154 para NSGA-II y CHC, existiendo una diferencia de sólo 0,0002 (la menor entre todos los HV calculados) entre las medias. Los valores de los HV calculados se muestran en la Tabla IV.

En la Figura 2 se muestra una traza de ejecución de Mo-CHC (izquierda) frente a una traza de NSGA-II (derecha). En ambos casos se ha representado en el plano de objetivos (cobertura en función del número de antenas) la población completa en distintas fases de la ejecución de los algoritmos (población inicial, poblaciones tras ciertos números de evaluaciones, comprendidos entre 2000 y 30000 evaluaciones -este último sólo para NSGA-II). También se muestra el frente óptimo de Pareto (conocido de antemano) y las rectas que representan las limitaciones impuestas (90 % de cobertura, menos de 60 antenas).

Se ha escogido esta configuración y ese espaciado (de tipo logarítmico) entre poblaciones para que se aprecie nítidamente la evolución de la población para cada algoritmo, ya que con estos valores no hay superposición entre distintas poblaciones de una misma traza.

En las trazas puede verse que para ambos algoritmos el comportamiento es similar: primero la población se *comprime* para introducirse dentro de la zona no penalizada, y una vez dentro vuelve a expandirse para explorar el espacio, acercándose cada vez más al frente óptimo de Pareto. En el caso de Mo-CHC la convergencia se produce a mayor velocidad, ya que se alcanza el óptimo con la mitad de evaluaciones que con NSGA-II (un paso antes en la representación realizada). Esta mayor velocidad parece producirse una vez alcanzada la zona no penalizada, donde Mo-CHC mantiene una población

| Tamaño de Instancia | Técnicas monoobjetivo |                  |          | Técnicas multiobjetivo |                  |
|---------------------|-----------------------|------------------|----------|------------------------|------------------|
|                     | SA                    | CHC              | dssGA8   | MOCHC                  | NSGA-II          |
| <b>149</b>          | 8,676e+4 5,12e+4      | 3,032e+4 2,84e+4 | 7,859e+5 | 1,814e+4 6,50e+3       | 3,745e+4 8,17e+3 |
| <b>199</b>          | 1,970e+5 8,54e+4      | 7,862e+4 5,95e+3 | 1,467e+6 | 3,998e+4 1,07e+5       | 7,479e+4 1,55e+4 |
| <b>249</b>          | 3,341e+5 1,13e+5      | 1,486e+5 9,67e+4 | 2,481e+6 | 7,723e+4 2,29e+4       | 1,418e+5 5,95e+4 |
| <b>299</b>          | 6,380e+5 1,80e+5      | 2,289e+5 1,85e+5 | 2,998e+6 | 1,136e+5 3,24e+4       | 1,987e+5 4,46e+4 |
| <b>349</b>          | 8,108e+5 2,75e+5      | 3,802e+5 2,03e+5 | 4,710e+6 | 1,574e+5 4,68e+4       | 2,871e+5 8,15e+4 |

TABLA III  
ESFUERZO COMPUTACIONAL DE LOS DISTINTOS ALGORITMOS (NÚMERO DE EVALUACIONES)

| Tamaño de Instancia | MOCHC            | NSGA-II          |
|---------------------|------------------|------------------|
| <b>149</b>          | 4,672e-1 1,90e-2 | 4,605e-1 2,16e-2 |
| <b>199</b>          | 4,726e-1 1,00e-2 | 4,669e-1 2,11e-2 |
| <b>249</b>          | 4,699e-1 1,54e-2 | 4,701e-1 1,17e-2 |
| <b>299</b>          | 4,730e-1 1,00e-2 | 4,726e-1 6,20e-3 |
| <b>349</b>          | 4,731e-1 8,40e-3 | 4,714e-1 9,60e-3 |

TABLA IV  
HIPERVOLUMEN DE LOS MEJORES FRENTES OBTENIDOS

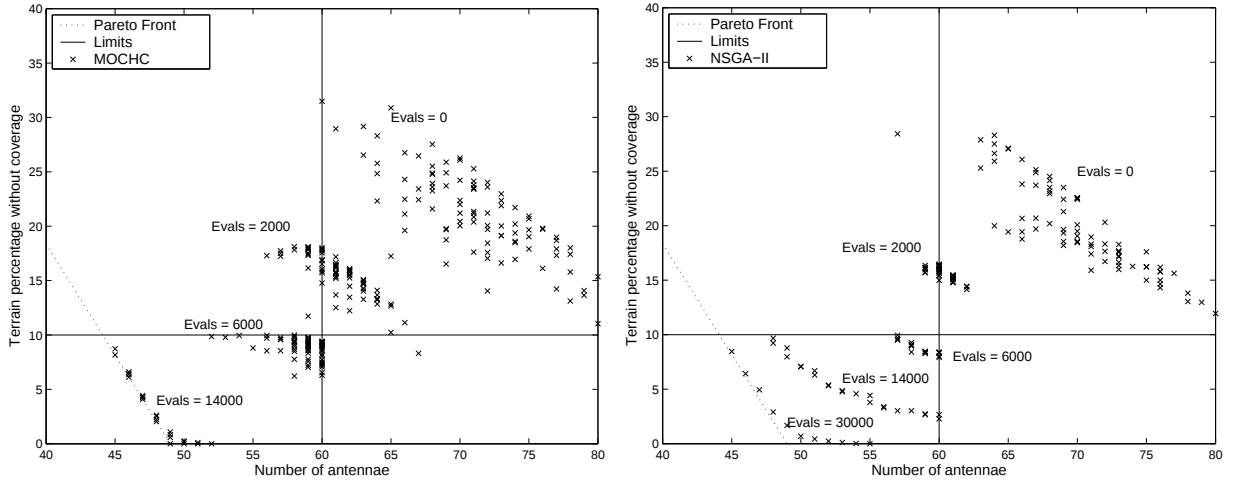


Fig. 2. (izda.) Traza de ejecución de Mo-CHC. (dcha.) Traza de ejecución de NSGA-II

más diversificada, mientras que NSGA-II tiende a concentrar toda su población formando un frente de no-dominancia.

El algoritmo CHC, que ya se demostró como competitivo para resolver el RND empleando un enfoque monoobjetivo [6], vuelve a superar a los demás algoritmos empleados cuando se adapta a un enfoque multiobjetivo (Mo-CHC).

## VI. CONCLUSIONES

En este artículo se resuelve el problema de colocación de antenas (RND) empleando una aproximación multiobjetivo. Para ello se ha evaluado el algoritmo multiobjetivo NSGA-II [5] más nuestra contribución, una versión multiobjetivo del algoritmo CHC [3] que denotamos Mo-CHC.

Los resultados obtenidos en las pruebas efectuadas tanto con Mo-CHC como con NSGA-II han demostrado que el empleo del enfoque multiobjetivo

resulta adecuado para el problema RND, ya que se han mejorado todos los resultados existentes hasta ahora. El beneficio derivado del empleo de este tipo de técnica es doble, ya que no solamente se alcanza la solución óptima con un esfuerzo inferior que los algoritmos monoobjetivo, sino que además se obtiene un conjunto de soluciones no dominadas, permitiendo al diseñador de la red escoger el compromiso *coste-cobertura* que estime adecuado sin perjuicio de la optimalidad.

El algoritmo Mo-CHC resulta además ser mejor que el otro algoritmo multiobjetivo (que es el estado del arte en otros problemas), NSGA-II. Mo-CHC alcanza la solución del problema empleando un esfuerzo alrededor de un 50 % menor que NSGA-II, y los frentes formados consiguen mejores valores de hipervolumen (excepto en la instancia de tamaño 249, en la que HV resulta ligeramente favorable a NSGA-II).

Estos resultados confirman lo que ya se enun-

ció anteriormente [6], y es que CHC es un algoritmo idóneo para resolver el problema RND.

#### AGRADECIMIENTOS

Este artículo ha sido parcialmente financiado por el Ministerio Español de Educación el Fondo Europeo de Desarrollo Regional (FEDER) a través del contrato TIN2005-08818-C04-01 (Proyecto OPLINK, <http://oplink.lcc.uma.es>).

Guillermo Molina recibe una beca AP2005-0914 del Ministerio Español de Educación.

#### REFERENCIAS

- [1] I.F. Akyildiz, W. Su, Y.S., Cayirci, E.: A survey on sensor networks. *IEEE Communications Magazine* (2002)
- [2] Calégari, P., Guidec, F., Kuonen, P., Kobler, D.: Parallel island-based genetic algorithm for radio network design. *Journal of Parallel and Distributed Computing* (47) (1997) 86–90
- [3] Eshelman, L.J.: The CHC Adaptive Search Algorithm: How to Have Safe Search When Engaging in Nontraditional Genetic Recombination. In: *Foundations of Genetic Algorithms*, Morgan Kaufmann (1991) 265–283
- [4] Alba, E., Chicano, F.: On the behavior of parallel genetic algorithms for optimal placement of antennae in telecommunications. *International Journal of Foundations of Computer Science* **16**(2) (2005) 343–359
- [5] Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., Meyarivan, T.: A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation* **6**(2) (2002) 182–197
- [6] Alba, E., Molina, G., Chicano, F.: Optimal placement of antennae using metaheuristics. In: *Numerical Methods and Applications (NM&A-2006)*, Borovets, Bulgaria (2006)